La matematica della strada

I modelli che s'insegnano a scuola, sono spesso in contrasto con quelli che i bambini apprendono spontaneamente.

di Bruno D'Amore

Il mondo della matematica che si apprende a scuola è spesso fatto di stereotipi. La maggior parte delle attività (a qualsiasi livello scolastico) è una massa di meccanismi all'apparenza inutili che sembrano non aver capo né coda (in realtà NON è vero, ma molti ragazzi la pensano così). Perché nella scuola media, per esempio, insegnanti e allievi (e dunque: società) debbano perdere tempo (e dunque: denaro pubblico) a effettuare calcoli inutili e ripetitivi come quelli di bizzarre espressioni, è un bel mistero!

Se lo scopo è quello di verificare se lo studente ha capito qual è l'ordine gerarchico nel quale eseguire le operazioni (× e : devono precedere + e –; e poi le parentesi hanno un ordine, che è il seguente: prima le tonde, poi le quadre e infine le graffe), pochi esempi, brevi e succosi sono più che sufficienti. In un calcolo lungo, laborioso, complesso e noioso, è facile perdere la concentrazione e cadere in errore. E allora, che cosa si valuta? La competenza matematica o la capacità di concentrazione?

Lo stereotipo matematico è annidato dovunque:

a. nei modi di dire;
b. nei modi di fare (e questo fatto è stato da me e da altri più e più volte denunciato, con infiniti esempi);
c. ma, quel che è peggio, nei modi di pensare.

QUAL È il problema?

Un giochetto banale e all'apparenza disarmante è utile. Si tratta di un problemino semplice semplice che invitiamo il lettore a risolvere:

Un autobus parte dal capolinea con 3 passeggeri a bordo. Alla prima fermata salgono altri 3 passeggeri. Alla fermata successiva scende 1 passeggero e ne salgono 4. Alla fermata dopo scendono 2 passeggeri e ne salgono 5. Alla fermata dopo scende 1 passeggero e ne salgono 3. Alla fermata dopo non scende alcun passeggero e ne salgono 4.

...

Al posto dei puntini c'è la domanda. Quale domanda si aspetta il lettore? Quella proposta da noi è:

Quante fermate ha fatto l'autobus?

Se il gioco è presentato sotto forma orale, il 100% dei presenti ammette di aver contato i passeggeri e di aver ignorato il numero delle fermate. Perché? Ma è ovvio! Di fronte a numeri occorre calcolare. È ben noto il risultato che molti bambini di scuola elementare danno al seguente problema:

Un pastore ha 4 pecore grigie, 6 bianche, 3 ne-

re e 5 capre. Quanti anni ha il pastore?
Risposta: 18, somma dei dati numerici presenti nel testo.
Questo tipo di atteggiamento è stato ampiamente studiato prima da psicologi e ora anche da matematici interessati alle difficoltà degli allievi nel risolvere problemi, e quindi è ben noto e rientra sia nel vasto capitolo del "contratto didattico" sia in quello dei modelli. Eppure l'attività matematica è esattamente il contrario dello stereotipo. Perché dunque se ne dà una simile immagine? Quando si comincia? Perché?
La risposta all'ultima domanda è quella più facile: il perché è da ricercarsi nell'ignoranza matematica e didattica di chi insegna matematica. Chi insegna, non conoscendo, deve, per forza di cose, ripetere, imporre, e non inventare e accettare creazioni che poi non saprebbe gestire; nel caso della matematica, riproporrà più o meno quel che ricorda di sé stesso come allievo, spesso in modo storpiato, con minime personali reinterpretazioni. Non c'è nulla da fare.
Ovviamente, l'ignoranza non è colpa dell'insegnante, ma è colpa del sistema che gli ha dato un compito, al quale non l'ha preparato!
Quanto al "quando si comincia", forse si incomincia fin dalla scuola dell'infanzia, con atteggiamenti "alla Vera", la famosa insegnante di un vecchio articolo (B. D'Amore, *Gianni e la matematica*, "Infanzia", 5, 1987, pp. 19-27, pubblicato anche altrove). Quando Vera deve far matematica assume un atteggiamento e un modo di fare innaturale, antipatico, noioso, sterile; la stessa, invece, quando la materia è diversa, è brillante, creativa, intelligente, briosa, simpatica...
Sul "perché" si dia una simile immagine, chiamiamo in causa l'impreparazione cronica in matematica nel nostro Paese dove, grazie alle posizioni di Gentile (per il quale la matematica "è materia arida e vuota", paragonata a un "sasso"), si sono a lungo privilegiati gli studi letterari piuttosto che quelli scientifici.
Detto ciò, veniamo a un punto importante. Bisogna stare attenti: mentre molte altre materie scolastiche si apprendono in famiglia, per la strada, per caso, come la lingua italiana o straniera, la geografia o sue porzioni, la storia o sue porzioni, per la matematica è assai più raro che ciò avvenga, nel senso che la stragrande maggioranza della matematica si apprende solo nelle aule scolastiche. Non che la strada non insegni matematica, anzi! Ci sono risultati di ricerca molto molto interessanti su questa questione.
Ma mentre la lingua imparata per la strada o in famiglia uno se la porta a scuola, perché quello è il suo bagaglio e lo usa, la matematica imparata a casa o per la strada sembra sempre stridere o addirittura opporsi a quella scolastica. Per cui si formano due apprendimenti:
a. uno profondo, al quale contribuisce ogni ambiente;
b. uno epidermico, che spesso ha come fonte la scuola.

LA POTENZA dei modelli

Nel profondo, l'allievo si fa modelli suoi personali delle cose e della cultura, dunque anche della matematica; e questi modelli profondi sono creati sia dalla scuola sia dall'extra-scuola. Ma poi egli impara a usare, per il tempo strettamente necessario, altri modelli, quelli epidermici, che non sono profondamente suoi, sono quelli appiccicati per un pelo, e pronti a cadere.
Vi sono dunque modelli formati nel profondo, quelli che contano davvero, e modelli solo epidermici, che non incidono sulla *cultura reale,* sulle *capacità reali,* fintantoché non diventino profondi. Voglio fare un esempio famoso.
In prima elementare l'insegnante fa conquistare ai bambini l'addizione tra numeri naturali. Normalmente c'è un certo successo, specie se per "addizionare" s'intende la formalizzazione matematica del concetto intuitivo di unire due insiemi disgiunti:
Attorno ad un tavolo ci sono 3 ragazzi e 4 ragazze; quanti sono in tutto?
È un esempio classico discusso da Gérard Vergnaud proprio per quanto riguarda la difficoltà della risoluzione di problemi di addizione.
Visto il successo, l'insegnante propone ai bambini la moltiplicazione.
Che cosa vuol dire 4×3? Semplice: vuol dire $4 + 4 + 4$, cioè un'addizione ripetuta, nella quale l'addendo 4 appare 3 volte.
Una buona immagine grafica è

• • • •
• • • •
• • • •

quella che oggi i maestri chiamano dello "schieramento": quattro puntini (che possono rappresentare automobiline, conchiglie, soldatini) ripetuti per tre volte, diciamo tre file di quattro soldatini ciascuna. Bene. Dov'è l'errore? Non c'è errore, anzi: la immagine proposta come modello è ottima, funziona, è convincente. Non solo: il bambino se la vede rafforzare in più occasioni: 2×7 è due fragole prese sette volte, sette file di due fragole; 6×8 è otto file di sei soldatini; e così via.

Il guaio di questa immagine è che è così semplice e perfetta, così sempre rinforzata, che diventa modello stabile in fretta, tanto da condizionare d'ora in poi l'allievo ogni volta che si parla di moltiplicazione, tanto da fargli assumere un'idea non detta dall'insegnante e cioè che il prodotto è sempre maggiore dei due fattori... Ma quando poi arriva la III elementare e si ha a che fare con il Sistema Metrico Decimale, allora sono guai. Perché $100 \times 0{,}1$ non si adegua più al modello; che cosa significa 0,1 file di 100 soldatini? La spontaneità del modello cozza duramente contro il formalismo che pretende che $100 \times 0{,}1$ faccia 10. In più, come sottomodello indotto, il risultato dovrebbe essere più grande di 100, e non lo è! Un trauma.

Apprendere vuol dire essere in grado di compiere un processo di assimilazione e accomodamento, d'accordo. Ma questo processo va aiutato, non impedito. Proprio in quei bambini nei quali la consapevolezza del modello-schieramento era più forte, si ha il rifiuto; si crea uno iato che potrebbe anche essere incolmabile (anche perché a questa impossibilità di adeguare il proprio modello, formato a causa della nuova strana situazione, se ne aggiungono, in matematica, mille altre; per esempio la moltiplicazione fatta fino a ora era fra quantità discrete, caramelle, soldatini, automobiline...; d'improvviso si moltiplicano due lunghezze per avere un'area e quindi si passa a moltiplicare tra loro due grandezze continue).

I miei esempi invadono anche i primi anni della scuola elementare. Il fatto è che mentre abbondano esempi per la fascia 6-11 anni (un po' meno per la fascia 11-14, ancora meno per quelle successive), pochissimi sono gli studi sulla fascia 3-6. A mio avviso, invece, proprio nella scuola dell'infanzia cominciano a crearsi modelli che si formano spontaneamente sia in base alle attività scolastiche (nelle quali il nome "matematica" non dovrebbe apparire in modo esplicito), sia in base al contatto con la vita quotidiana fuori della scuola. Il bambino deve organizzare logicamente sui propri modelli tutto quel che lo circonda e che gli accade: dunque modelli che in larga parte hanno a che fare con il mondo della matematica si formano spontaneamente.

È mia ferma intenzione esplorare esempi nei prossimi articoli.

Bruno D'Amore
Università di Bologna

PER SAPERNE DI PIÙ

A proposito delle storpiature scolastiche nella didattica della matematica si vedano D'Amore, *L'insegnamento della Matematica offende l'intelligenza?*, in *Atti del Convegno per i sessanta anni di Francesco Speranza*, a cura di B. D'Amore B. e C. Pellegrino, Pitagora, Bologna 1992, pp. 33-40; B. D'Amore, *Problemi*, Progetto Ma.S.E., vol X A, Franco Angeli, Milano 1993.
Resoconti sui comportamenti che rivelano apprendimenti profondi, spesso in antitesi con quelli epidermici scolastici, si trovano in B. D'Amore e P. Sandri, *Il problema nella pratica matematica educativa*, in "L'Educatore", 1, 1993. Fonti bibliografiche eccellenti in *Numeri ed operazioni nella scuola di base*, a cura di L. Chini Artusi, Zanichelli, Bologna 1985; G. Vergnaud, *L'enfant, la mathématique et la réalité*, Peter Lang 1981, Berne (edizione italiana: Roma, Armando); G. Vergnaud e E. Fischbein, *Matematica in classe: Teorie ed esperienze*, Pitagora, Bologna 1992.
Sulla matematica appresa per la strada si veda G. B. Saxe, *Venditori ambulanti e conoscenze matematiche*, in "Età evolutiva", 40, 1991, pp. 3-17.
L'esempio della moltiplicazione-schieramento è tratto da G. Vergnaud ed E. Fischbein, *Matematica in classe: Teorie ed esperienze*, Pitagora, Bologna 1992.
Sui vari usi del termine "modello" si veda in particolare B. D'Amore e F. Frabboni, *Didattica generale e didattiche disciplinari*, Franco Angeli, Milano 1996 e B. D'Amore, *Elementi di Didattica della Matematica*, Pitagora, Bologna 1999.